

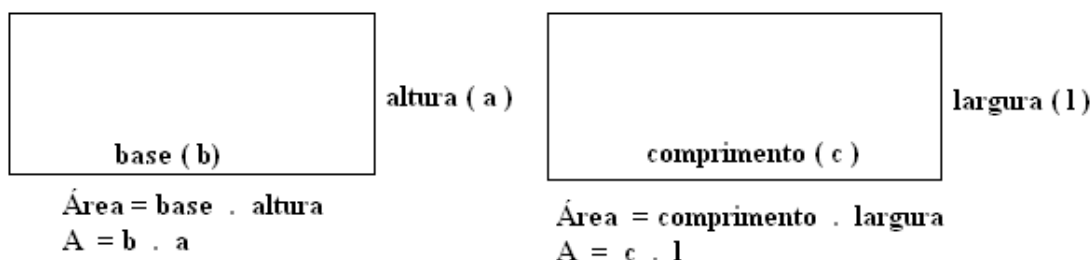
ÁREA DE FIGURAS PLANAS

A área de figura plana é um conteúdo tratado no 5º ou 6º ano, no final do ensino fundamental e no ensino médio elas voltam a aparecer, porém com um nível de complexidade maior.

Cada figura ou polígono tem uma fórmula para o cálculo de sua área levando em consideração base, largura, altura qualquer medida que possa facilitar o uso da fórmula lembrando que todas as medidas devem estar na mesma unidade, ou seja, todos em centímetros, ou em metros e etc.

PRINCIPAIS FIGURAS PLANAS E SUAS FÓRMULAS

RETÂNGULO



O retângulo apresenta duas situações que os alunos costumam confundir bastante, quando se trata de uma parede retangular, TEM BASE E ALTURA, quando se trata de piso, TEM COMPRIMENTO E LARGURA.

- ✓ Deseja-se colocar um piso de cerâmica numa sala que mede 3 m de comprimento 4 m de largura, sabendo que uma caixa de piso vem com 1 m² e custa R\$ 12,50. Quanto seria o custo na compra do piso?

1º vamos calcular a área da sala

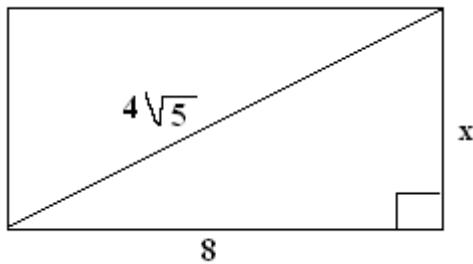
$$A = \text{comprimento} \cdot \text{largura}$$

$A = 3 \text{ m} \cdot 4 \text{ m}$ multiplica 3 . 4 e m . m (multiplicação de mesma base, conserva a base e soma os expoentes)

$$A = 12 \text{ m}^2 \text{ Como } 1 \text{ m}^2 \text{ custa R\$ } 12,50 \text{ é só fazer } 12 \text{ vezes } 12,50$$

Custo $12 \cdot 12,50 = 150$, portanto **gastaria R\$ 150,00**

✓ Calcule a área do retângulo



Para calcular a área desse retângulo devemos ter comprimento (8) e largura (x)

$$A = c \cdot l$$

$A = 8 \cdot x$ OBS: para continuar é necessário saber o valor de x

Veja que ao traçar a diagonal $4\sqrt{5}$ criamos um triângulo retângulo em que a hipotenusa é $4\sqrt{5}$ e os catetos são 8 e x , aplicamos então teorema de Pitágoras.

$$(\text{hip})^2 = (\text{cat})^2 + (\text{cat})^2$$

$$(4\sqrt{5})^2 = 8^2 + x^2 \text{ resolve as potências, na raiz o expoente 2 elimina o radical}$$

$$16 \cdot 5 = 64 + x^2 \text{ resolve a multiplicação}$$

$$80 = 64 + x^2 \text{ é o mesmo que}$$

$$x^2 + 64 = 80 \text{ separa variável}$$

$$x^2 = 80 - 64 \text{ resolve a subtração}$$

$$x^2 = 16 \text{ o expoente vira raiz}$$

$$x = \pm\sqrt{16} \text{ resolve a raiz}$$

$$x = \pm 4 \text{ como se trata de medida só interessa } x = 4$$

Agora que temos x dar para calcular a área

$$A = c \cdot l$$

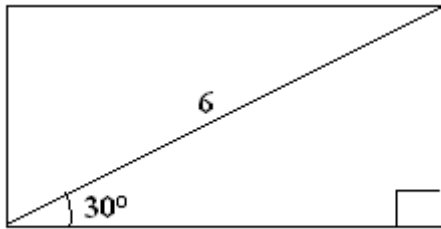
$$A = 8 \cdot x \text{ substitui x}$$

$$A = 8 \cdot 4 \text{ multiplica}$$

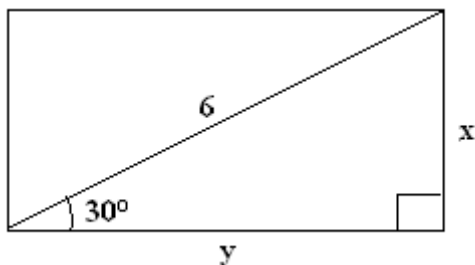
$$A = 32$$

OBS: Se tiver o valor da diagonal e pelo menos um valor da largura ou do comprimento use esse procedimento.

✓ Calcule a área do retângulo, considerando $\sqrt{3} = 1,73$.



Neste caso, não tem comprimento nem largura, mas como tem hipotenusa e o ângulo de 30° é possível calcular comprimento e largura através do seno e do cosseno, vamos chamar o comprimento de y e a largura de x , veja.



Com relação ao 30° y é cateto adjacente e 6 hipotenusa, utilizamos relação COSSENO

Com relação ao 30° x é cateto oposto e 6 hipotenusa, utilizamos relação SENO

$$\text{sen}30^\circ = \frac{\text{cat.oposto}}{\text{hip}} \text{ substitui}$$

$$\text{cos}30^\circ = \frac{\text{cat.adjacente}}{\text{hip}} \text{ substitui}$$

$$\text{sen}30^\circ = \frac{x}{6} \text{ substitui } \text{sen}30^\circ$$

$$\text{cos}30^\circ = \frac{y}{6} \text{ substitui } \text{cos}30^\circ$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{6} \text{ multiplica meios pelos extremos}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{y}{6} \text{ multiplica meios pelos extremos}$$

$$2x = 6 \text{ o } 2 \text{ vai dividir}$$

$$2y = 6\sqrt{3} \text{ o } 2 \text{ vai dividir}$$

$$x = \frac{6}{2} \text{ divide}$$

$$y = \frac{6\sqrt{3}}{2} \text{ divide}$$

$$x = 3 \quad \text{comprimento}$$

$$y = 3\sqrt{3} \quad \text{largura}$$

Calculando a área $A = 3 \cdot 3\sqrt{3}$ multiplica

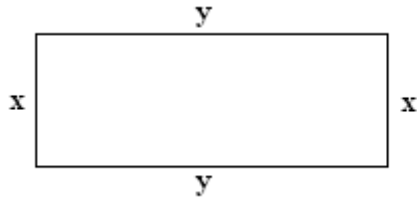
$$A = 9\sqrt{3} \text{ substitui a raiz de três por } 1,73$$

$$A = 9 \cdot 1,73 = 15,57$$

LOGO A ÁREA É 15,57

- ✓ Determine o comprimento e a largura de um retângulo cuja área mede 15 m^2 e seu perímetro mede 16 m .

Vamos chamar o **comprimento de y** e a **largura de x**, lembre-se que no retângulo lados opostos são iguais. Veja na figura



O problema disse que a área é 15 m^2 , usaremos então fórmula da área

$A = \text{comprimento} \cdot \text{largura}$

$A = y \cdot x$ substituímos o valor de A que é 15

$15 = x \cdot y$ ou **$x \cdot y = 15$** (equação I)

O problema disse que o perímetro é 16 m , lembre-se perímetro é a soma dos lados

$x + x + y + y = 16$ soma os termos semelhantes

$2x + 2y = 16$ (equação II) é possível simplificar a equação dividindo todos os termos por 2 isso facilita a resolução, a nova equação é **$x + y = 8$**

Duas equações com duas variáveis forma um sistema de equação

$$\begin{cases} x \cdot y = 15(I) \\ x + y = 8(II) \end{cases}$$

Utilizando o método da substituição vamos calcular y na equação I

$x \cdot y = 15(I)$ o x está multiplicando vai dividir

$y = \frac{15}{x}$ vamos substituir y por $\frac{15}{x}$ na equação II

$x + y = 8(II)$ substitui y

$x + \frac{15}{x} = 8$ O m.m.c é x divide ele pelo denominador e multiplica pelo numerador da cada um

$\frac{x^2 + 15}{x} = \frac{8x}{x}$ elimina x do denominador e organiza a equação do 2º grau

$x^2 - 8x + 15 = 0$ calculamos o delta

$$\Delta = b^2 - 4.a.c \text{ substitui valores de } a=1, b= -8 \text{ e } c = 15$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4.1.15 \text{ resolve potência e multiplicação}$$

$$\Delta = 64 - 60 \text{ subtrai}$$

$$\Delta = 4$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a} \text{ substitui os valores}$$

$$x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{4}}{2.1} \text{ elimina o parêntese, resolve a raiz e faz a multiplicação do denominador}$$

$$x = \frac{8 \pm 2}{2} \text{ fazendo } x' \text{ e } x''$$

$$x' = \frac{8+2}{2} \text{ soma e divide} \quad \text{e} \quad x'' = \frac{8-2}{2} \text{ subtrai e divide}$$

$$X' = 5$$

$$\text{e } X'' = 3$$

Para calcular y voltamos lar na equação I que $y = \frac{15}{x}$

Se x for 5

se x for 3

$$y = \frac{15}{x} \text{ substitui } x$$

$$y = \frac{15}{x} \text{ substitui } x$$

$$y = \frac{15}{5} \text{ divide}$$

$$y = \frac{15}{3}$$

$$Y = 3$$

$$y = 5$$

PORTANTO

Se a largura for 5 o comprimento será 3

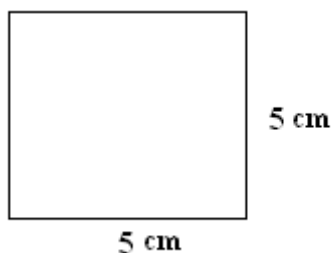
Se a largura for 3 o comprimento será 5

QUADRADO

É um polígono que tem os quatro lados iguais

Fórmula para o cálculo da área $A = \text{lado} \cdot \text{lado}$

$A = l \cdot l$ os modelos de aplicação para o cálculo de área são as mesma do retângulo.



$$A = \text{lado} \cdot \text{lado}$$

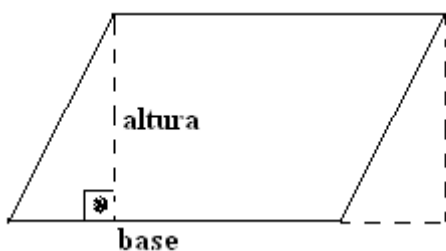
$$A = 5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm}$$

$$A = 25 \text{ cm}^2$$

PARALELOGRAMO

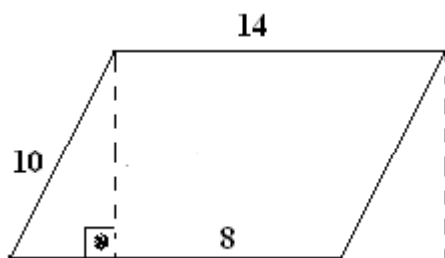
O paralelogramo tem a mesma área de um retângulo.

$$A = \text{base} \cdot \text{altura}$$



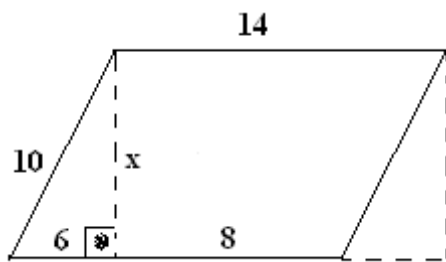
A altura do paralelogramo é obtida traçando um segmento perpendicular partindo de um dos vértices de cima, Veja quando traçamos a altura criamos um triângulo retângulo.

- ✓ Calcule a área do paralelogramo



Para calcularmos a área do paralelogramo precisamos da base a figura tem é 14 e a altura que não tem, vamos ter de calcular.

Ao traçar a altura formamos um triângulo retângulo que por enquanto só tem a hipotenusa que é 10 falta os dois catetos, a altura representa um dos catetos vamos chamar de x , o outro cateto veja na figura que a base completa é 14 se tem um pedaço de baixo que é 8 pra 14 falta 6, veja como fica na nova figura.



Coloquei o x e o 6, usando teorema de Pitágoras vamos calcular a altura

$$(\text{hip})^2 = (\text{cat})^2 + (\text{cat})^2$$

$$10^2 = x^2 + 6^2 \text{ resolve as potências}$$

$$100 = x^2 + 36 \text{ é o mesmo que}$$

$$x^2 + 36 = 100 \text{ separa variável}$$

$$x^2 = 100 - 36$$

$$x^2 = 64 \text{ o expoente 2 vira raiz}$$

$$x = \sqrt{64} \text{ resolvendo a raiz}$$

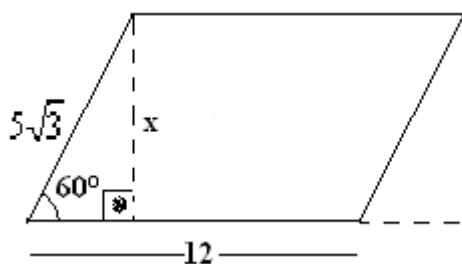
$$x = 8$$

$$A = \text{base} \cdot \text{altura}$$

$$A = 14 \cdot 8$$

$$A = 112$$

✓ Calcule a área do paralelogramo



para calcular a altura utilizamos a relação SENO

$$\text{sen}60^\circ = \frac{\text{cat.oposto}}{\text{hip}} \text{ substitui}$$

$$\text{sen}60^\circ = \frac{x}{5\sqrt{3}} \text{ substitui seno de } 60^\circ$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{5\sqrt{3}} \text{ multiplica meios pelos extremo}$$

$$2 \cdot x = 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} \text{ multiplica as raízes}$$

$$2x = 5\sqrt{9} \text{ resolve a raiz e o resultado multiplica o 5}$$

$$2x = 15 \text{ o 2 vai dividir}$$

$$x = \frac{15}{2} \text{ resolve a divisão}$$

$$\mathbf{X = 7,5}$$

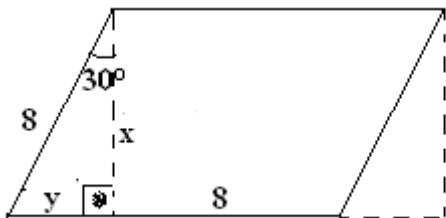
Agora que temos a altura, vamos calcular a área

$$\mathbf{A = base \cdot altura}$$

$$\mathbf{A = 12 \cdot 7,5}$$

$$\mathbf{A = 90}$$

✓ Calcule a área do paralelogramo, considerando $\sqrt{3} = 1,73$



A base do paralelogramo é $8 + y$ é necessário calcular valor de y , através da relação SENO e x que representa a altura que calculamos através da relação COSSENO.

$$\text{sen}30^\circ = \frac{\text{cat.oposto}}{\text{hip}} \text{ substitui}$$

$$\text{cos}30^\circ = \frac{\text{cat.adjacente}}{\text{hip}} \text{ substitui}$$

$$\text{sen}30^\circ = \frac{y}{8} \text{ substitui sen}30^\circ$$

$$\text{cos}30^\circ = \frac{x}{8} \text{ substitui cos}30^\circ$$

$$\frac{1}{2} = \frac{y}{8} \text{ multiplica meios pelos extremos}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{8} \text{ multiplica meios pelos extremos}$$

$$2y = 8 \text{ o 2 vai dividir}$$

$$2x = 8\sqrt{3} \text{ o 2 vai dividir}$$

$$y = \frac{8}{2} \text{ divide}$$

$$x = \frac{8\sqrt{3}}{2} \text{ divide}$$

$$y = 4$$

$$x = 4\sqrt{3}$$

A base é $8 + y = 8 + 4 = 12$ e a **altura é** $x = 4\sqrt{3}$

Área = base . altura

$A = 12 . 4\sqrt{3}$ substitui raiz de 3 por 1,73

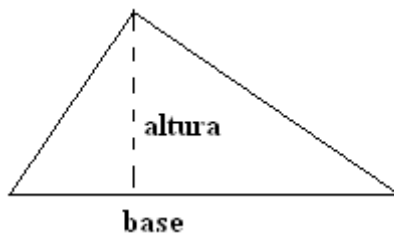
$A = 12 . 4 . 1,73$ resolve a multiplicação

$A = 12 . 6,92$ multiplica

$A = 83,04$

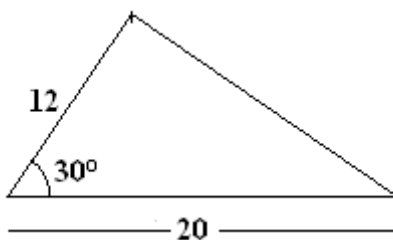
TRIÂNGULO

Para calcular a área de um triângulo necessitamos da base e da altura.

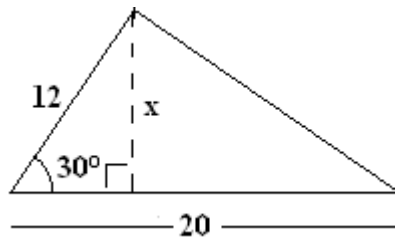


$$A = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} \text{ essa é a fórmula para calcular a área do triângulo}$$

✓ Calcule a área do triângulo abaixo.



Veja que o triângulo não apresenta o valor da altura, traçando a altura perpendicular ao lado 20 teremos um triângulo retângulo em que a altura com relação ao 30° será cateto oposto e 12 será hipotenusa. Veja como ficaria a nova figura



Utilizaremos então, relação do seno

$$\text{sen}30^\circ = \frac{\text{cat.oposto}}{\text{hip}} \text{ substitui cateto oposto e hipotenusa}$$

$$\text{sen}30^\circ = \frac{x}{12} \text{ substitui } \text{sen}30^\circ$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{12} \text{ multiplica meios pelos extremos}$$

$$2x = 12 \text{ o } 2 \text{ vai dividir}$$

$$x = \frac{12}{2} \text{ dividindo } x = \mathbf{6}$$

Agora que temos o valor da altura, calculamos a área

$$A = \frac{\text{base.altura}}{2} \text{ substitui}$$

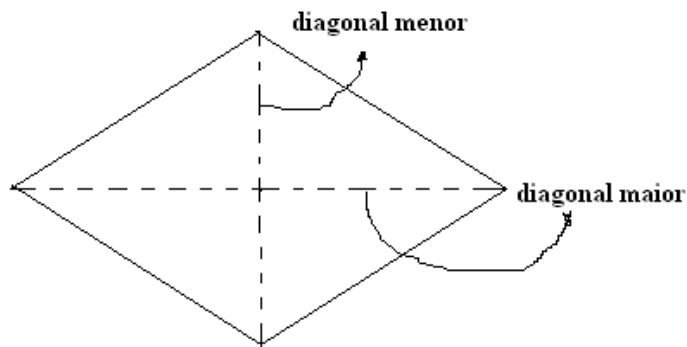
$$A = \frac{20 \cdot 6}{2} \text{ multiplica}$$

$$A = \frac{120}{2} \text{ divide}$$

$$\mathbf{A = 60}$$

LOSANGO

Para calcular a área do losango necessitamos da medida das diagonais, uma que chamamos de diagonal maior e outra que chamamos de diagonal menor.

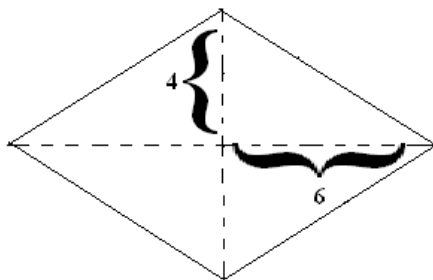


Veja a fórmula para o cálculo da área chamamos de (D) a diagonal maior e de (d) a diagonal menor.

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$

Ao se cruzarem as diagonais formam triângulos retângulos e o lado do losango é a hipotenusa.

✓ Calcule a área do losango abaixo



Veja que na figura aparece apenas o valor da metade de cada diagonal, sendo assim a **diagonal maior** é $6 + 6 = 12$ e a **diagonal menor** é $4 + 4 = 8$ aplicando a fórmula teremos:

$$A = \frac{D \cdot d}{2} \text{ substituimos os valores}$$

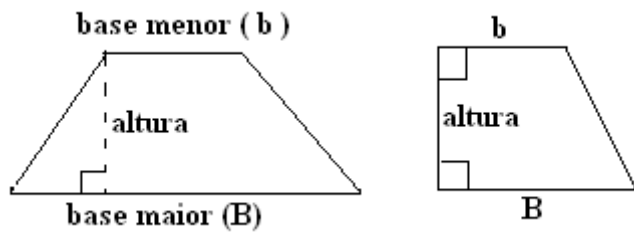
$$A = \frac{12 \cdot 8}{2} \text{ multiplica}$$

$$A = \frac{96}{2} \text{ dividindo}$$

$$A = 48$$

TRAPÉZIO

O trapézio possui duas bases. Uma que chamamos de base maior e a outra de base menor. Veja na figura

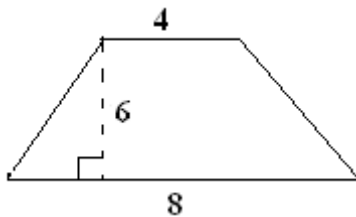


Quando o trapézio não é um trapézio retângulo (segunda figura), traçamos a altura perpendicular a base maior e formando um triângulo retângulo.

Veja a fórmula para o cálculo da área do trapézio

$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

✓ Calcule a área do trapézio



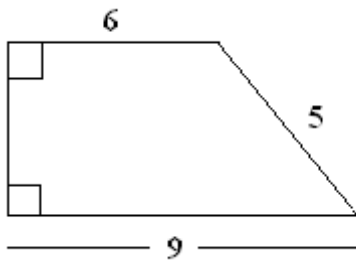
$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2} \text{ substitui os valor } B=8, b = 4 \text{ e } h = 6$$

$$a = \frac{(8+4) \cdot 6}{2} \text{ resolve primeiro o parêntese}$$

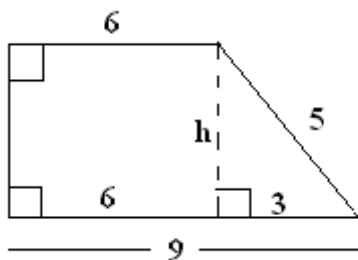
$$a = \frac{12 \cdot 6}{2} \text{ multiplica}$$

$$a = \frac{72}{2} \text{ LOGO A ÁREA SERÁ } \mathbf{36}$$

✓ Calcule a área do trapézio



Traçamos a altura fazendo um triângulo retângulo em que o 5 seja a hipotenusa, como não tem a identificação da medida dos ângulos no triângulo que formaremos, será necessário encontrar o valor do cateto que ficará na base maior



Quando traçamos a altura dividimos a base maior em duas partes uma que é igual a base menor e a outra é o que falta pra completar a medida da base maior.

Utilizamos teorema de Pitágoras para calcular a altura

$$(\text{hip})^2 = (\text{cat})^2 + (\text{cat})^2 \text{ substituindo}$$

$$5^2 = h^2 + 3^2 \text{ resolve as potências}$$

$$25 = h^2 + 9 \text{ é o mesmo que}$$

$$h^2 + 9 = 25 \text{ separa a variável}$$

$$h^2 = 25 - 9 \text{ subtrai}$$

$$h^2 = 16 \text{ o expoente 2 vira raiz}$$

$$h = \sqrt{16} \text{ resolvendo a raiz temos que a altura é } \mathbf{4}$$

Agora podemos calcular a área

$$A = \frac{(B+b).h}{2} \text{ substitui os valor } B=9, b = 6 \text{ e } h = 4$$

$$A = \frac{(9+6).4}{2} \text{ resolve primeiro o parêntese}$$

$$A = \frac{15.4}{2} \text{ multiplica}$$

$$A = \frac{60}{2} \text{ LOGO A ÁREA SERÁ } \mathbf{30}$$